

--	--	--	--

Nom :

Prénom :

DEUXIEME PARTIE : EXERCICES

FORMULAIRE : $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $m_{\text{electron}} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $q_{\text{electron}} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$,
 masse du Soleil = $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; permittivité électrique de l'air: $\epsilon = 8.9 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

Question 1 (8 points) :

a. Calculez l'accélération centripète associée au mouvement circulaire uniforme du Soleil autour du centre de la Galaxie sachant que le rayon de la trajectoire est de 30 000 années-lumière et que la vitesse du Soleil sur cette trajectoire est de 200 km/s.
 [Conseil: commencez par convertir en m l'année-lumière, soit la distance parcourue en une année par la lumière à la vitesse de 300 000 km/s].

$$1 a - l = 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)} \times 365.25 \times 24 \times 3600 \text{ (s/an)}$$

$$= 3 \cdot 10^8 \times 3.11 \cdot 10^7 = 9.5 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(2 \cdot 10^5)^2}{3 \cdot 10^4 \cdot 9.5 \cdot 10^{15}} = 1.4 \cdot 10^{-10} \text{ m s}^{-2}$$

b. Sachant que l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre (au niveau de l'équateur) s'élève à 9.78 m/s^2 , et que le rayon équatorial terrestre vaut 6378.14 km, que vaut la masse de la Terre ? ²

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2} \Rightarrow M_T = \frac{g R_T^2}{G} = \frac{9.78 (6.37814 \cdot 10^6)^2}{6.67 \cdot 10^{-11}}$$

$$= 5.96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

c. Que vaut la masse de la Galaxie contenue entre son centre et le Soleil ? [On fait l'hypothèse que cette masse est ponctuelle, et située au centre de la Galaxie]

Même raisonnement que pour b :

$$a_c = \frac{GM_G}{r^2} \Rightarrow M_G = \frac{a_c r^2}{G} = \frac{1.4 \cdot 10^{-10} (3 \cdot 10^4 \cdot 9.5 \cdot 10^{15})}{6.67 \cdot 10^{-11}}$$

$$= 1.70 \cdot 10^{41} \text{ kg}$$

d. En supposant que la Galaxie soit constituée exclusivement d'étoiles comme le Soleil, utiliser la réponse à la question c pour déduire le nombre d'étoiles contenues à l'intérieur du cercle orbital du Soleil autour du centre galactique.

$$N_{\text{Soleil}} = \frac{M_G}{M_{\odot}} = \frac{1.7 \cdot 10^{41}}{2 \cdot 10^{30}} = 8.5 \cdot 10^{10}$$

= 85 milliards.

Question 2 (16 points) :

Deux plaques conductrices planes et infinies sont séparées par une distance de 2 cm emplies d'air. Un champ électrique uniforme de 10^3 N/C règne entre les deux plaques.

- a. Quelle est la différence de potentiel entre les deux plaques?

$$\Delta V = |E \cdot d| = 10^3 \times 2 \cdot 10^{-2} = 20 \text{ V}$$

- b. Quelle est la valeur du champ à l'extérieur des plaques?

$$E = 0$$

- c. Quelle est la densité surfacique de charge portée par les plaques?

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma = \epsilon_0 E = 8.9 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3 = 8.9 \cdot 10^{-9} \text{ C m}^{-2}$$

- d. Quelle serait la capacité d'un condensateur constitué d'une découpe de 1 cm^2 dans ces deux plaques infinies ?

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{\Delta V} = \frac{8.9 \cdot 10^{-9} \times 10^{-4}}{20} = 4.45 \cdot 10^{-14} \text{ F}$$

- e. Quelle est l'énergie emmagasinée dans ce condensateur ?

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} 4.45 \cdot 10^{-14} \times (20)^2 = 8.9 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

- f. Supposant qu'un électron soit émis, sans vitesse initiale, par la plaque négative, à quelle vitesse atteindra-t-il la plaque positive?

$$F = eE = m_e a = m_e \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{eE}{m_e}$$

$$\text{MRUA avec } x = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}, v_0 = 0 \rightarrow x = \frac{v^2}{2a} \rightarrow v = \sqrt{2ax}$$

$$= \sqrt{2 \frac{eE}{m_e} x}$$

- g. Combien de temps mettra-t-il pour atteindre cette plaque?

$$\Delta t = \frac{v}{a} = \frac{v}{\frac{eE}{m_e}} = \frac{m_e v}{eE}$$

$$= \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \times 2.7 \cdot 10^6}{1.6 \cdot 10^{-19} \times 10^3} = 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$$

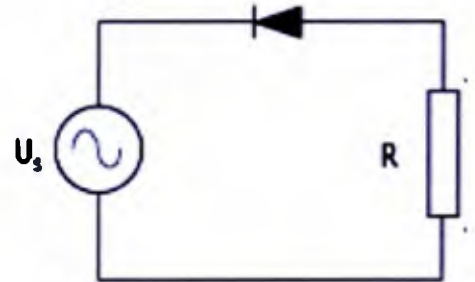
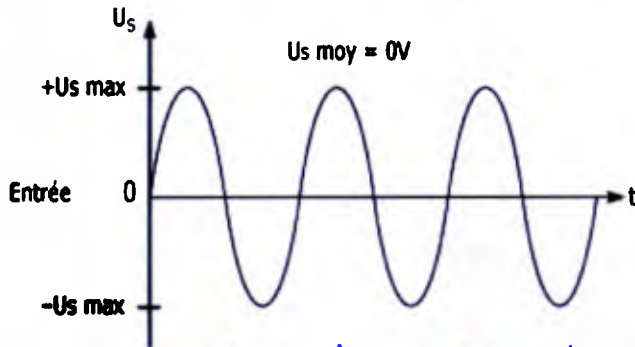
$$= 15 \text{ nano sec}$$

$$= \sqrt{2 \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{9.1 \cdot 10^{-31}}} = 2.7 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

h. Quel est le travail effectué par la force électrique pour déplacer cet électron d'une plaque à l'autre ?

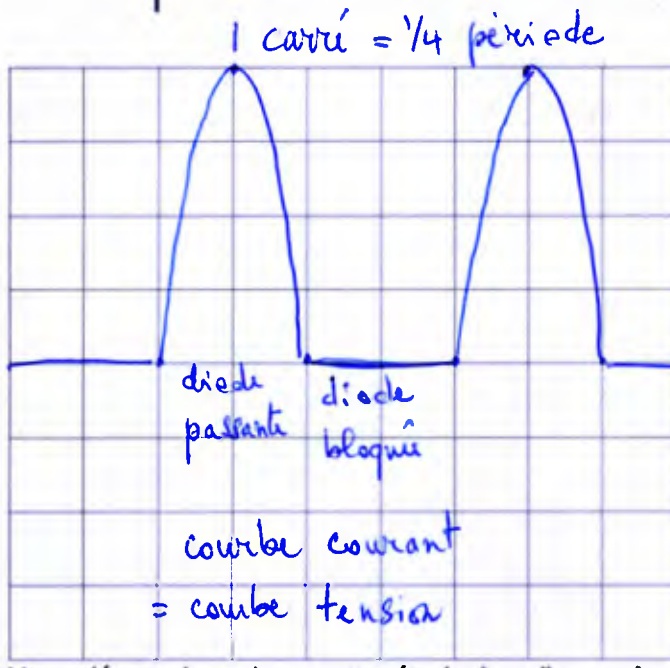
$$W = e \Delta V = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 20 = 3.2 \cdot 10^{-18} \text{ J.}$$

Question 3 (15 points)



4V

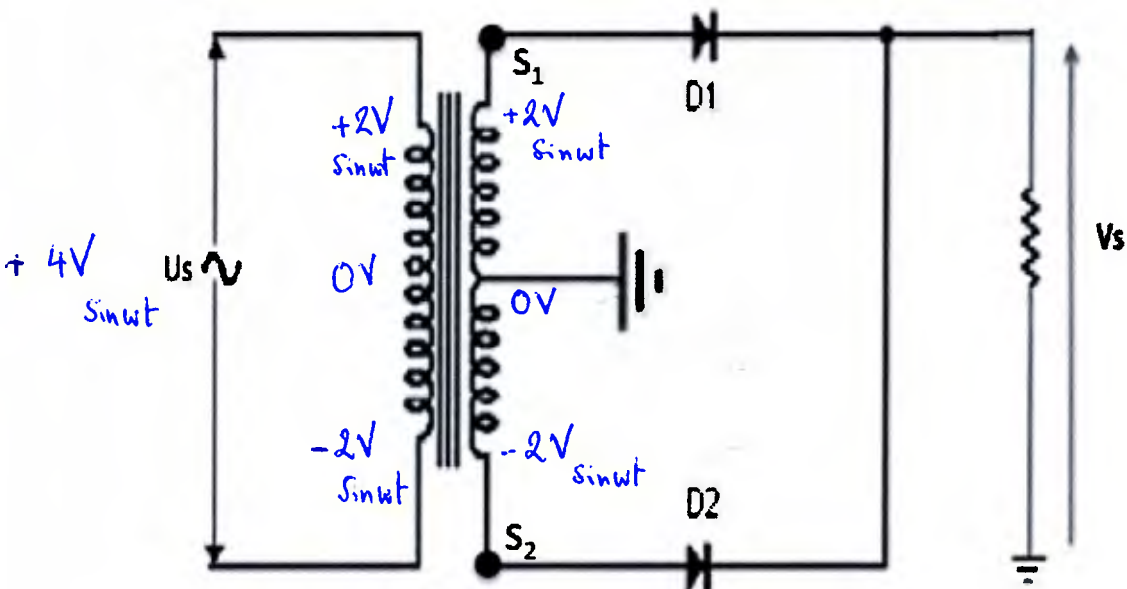
1V
0V



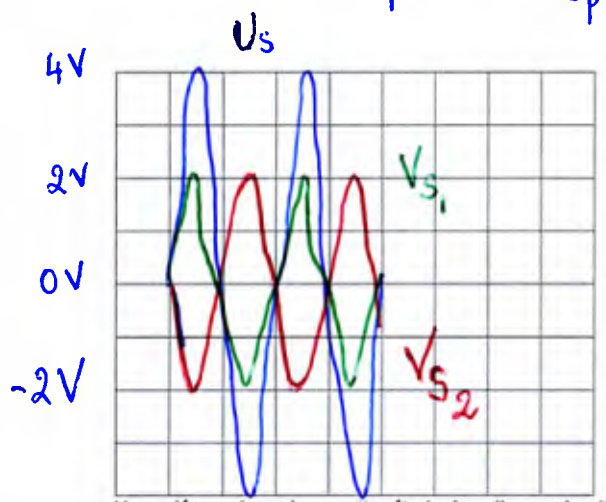
Un circuit composé d'une diode (supposée parfaite, c'est-à-dire s'ouvrant dès que la tension à ses bornes est positive dans le sens passant) et d'une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$ est alimenté par une tension alternative de 4V (soit $U_s \text{ max} = 4 \text{ V}$). Dessiner sur le diagramme ci-contre l'évolution de la tension aux bornes de la résistance (en adoptant comme échelle horizontale: 1 carré = $\frac{1}{2}$ période et comme échelle horizontale: 1 carré = 1 V). Dessiner

également l'évolution du courant et préciser l'échelle verticale utilisée (1 carré = 1 mA ?).

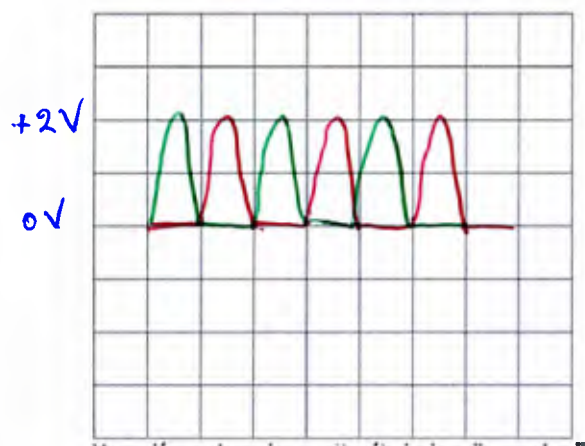
On considère ensuite un transformateur constitué de 10 spires au circuit primaire et au circuit secondaire. Le circuit primaire est alimenté par le signal U_s comme ci-dessus. Le circuit secondaire est séparé en deux parties égales par un contact mis à la terre. Les deux extrémités de la bobine secondaire sont reliées à une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$ au-travers de deux diodes (supposées parfaites). L'autre extrémité de la résistance est reliée à la terre.



car $N_p = N_s \Rightarrow \oint_p = \oint_s$



Dessiner sur le diagramme ci-contre l'évolution de la tension U_s , et des potentiels $V(S_1)$ et $V(S_2)$ (en adoptant comme échelle horizontale: 1 carré = $\frac{1}{2}$ période et comme échelle horizontale: 1 carré = 1 V).

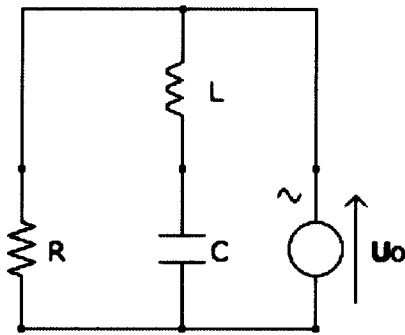


Dessiner sur le diagramme ci-contre l'évolution de la tension V_s aux bornes de la résistance.

Ce circuit constitue un redresseur double alternance diviseur de tension.

Question 4 (18 points) :

Soit le circuit suivant constitué d'une source de tension alternative, d'une bobine d'inductance L , d'un condensateur de capacité C et d'une résistance R .



- a) [2] Que vaut l'impédance complexe de ce circuit ?
- b) [2] Que vaut le module de l'impédance ?
- c) [2] Ecrire la relation entre les phaseurs $\hat{v}$ et $\hat{i}$.
- d) [3] Quelle est l'amplitude du courant débité par la source si $U_0 = 5$ V, $C = 10^{-6}$ F, $L = 1$ H, $R = 1$ k Ω et $\omega = 2 \cdot 10^3$ rad/s.
- e) [3] Quel est le déphasage du courant par rapport à la tension dans ces conditions ?
- f) [3] Ce circuit est-il résonnant ? Si oui, pour quelle valeur de ω ?
- g) [3] Tracer le circuit équivalent en courant continu. Justifiez (par exemple en vous aidant de l'expression pour l'impédance).

a) $Z_L = \omega L j$ $Z_C = \frac{1}{\omega C j} = -\frac{j}{\omega C}$ $Z_R = R$

$$Z_{LC \text{ série}} = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) j$$

$$\frac{1}{Z_{\text{tot}}} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_{LC \text{ série}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) j} = \frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$$

$$Z_{\text{tot}} = \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \left(\frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \right)$$

b) $|Z_{\text{tot}}| = \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \right)^{1/2}$

$$= \frac{1}{\left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \right)^{1/2}}$$

$$c) \quad \hat{v} = Z_{tot} \hat{i} \quad \text{ou} \quad \hat{i} = \frac{1}{Z_{tot}} \hat{v}$$

$$= \left(\frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \right) \hat{v}$$

$$d) \quad i_o = \frac{1}{|Z_{tot}|} v_o$$

$$= \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} v_o$$

$$\text{avec } R = 10^3 \, \Omega$$

$$\omega L = 2 \cdot 10^3 \times 1 = 2 \cdot 10^3 \, \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}} = 0.5 \cdot 10^3 = 500 \, \Omega$$

$$\text{Donc : } i_o = \left(\frac{1}{(10^3)^2} + \frac{1}{(2000 - 500)^2} \right)^{\frac{1}{2}} v_o$$

$$= \left(10^{-6} + 4.44 \cdot 10^{-7} \right)^{\frac{1}{2}} v_o$$

$$= \left(1.44 \cdot 10^{-6} \right)^{\frac{1}{2}} \times v_o$$

$$= 1.2 \cdot 10^{-3} \times 5$$

$$= 6 \cdot 10^{-3} \, A$$

$$= 6 \, mA$$

$$e) \quad |Z_{tot}| = 833 \, \Omega$$

$$\varphi = \frac{\text{Im}(Z_{tot})}{\text{Re}(Z_{tot})} = \frac{\frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}}{\frac{1}{R}}$$

$$\Rightarrow \varphi = 33.69^\circ \text{ car } \frac{\text{Im}(Z_{tot})}{\text{Re}(Z_{tot})} > 0$$

= déphasage tension / courant

$$= \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} = \frac{10^3}{1.5 \cdot 10^3} = 0.666$$

$$f) \quad i_0 = \frac{1}{|Z_{\text{tot}}|} V_0 \quad \text{où } |Z_{\text{tot}}|^{-1} = \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \right)^{1/2}$$

Le circuit est résonnant s'il existe une pulsation ω_0

telle que $|Z_{\text{tot}}(\omega_0)|$ est minimale, ou bien $|Z_{\text{tot}}|^{-1}$ maximal.

Pour $\omega = \omega_0$, i_0 sera alors maximal.

$$\text{Or si } \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, \quad \frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \rightarrow \infty$$

$$\text{et } |Z_{\text{tot}}|^{-1} \text{ est bien maximum: } |Z_{\text{tot}}^{(\omega_0)}|^{-1} = \infty$$

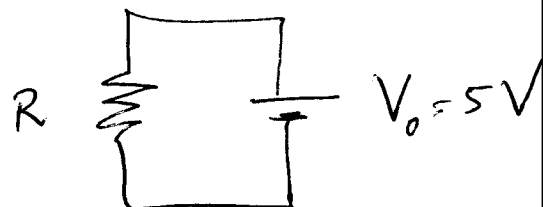
$$\text{avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{soit } \omega_0 = \frac{1}{(1 \times 10^{-6})^{1/2}} \\ = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$$

g) En courant continu : $\omega = 0$

et donc $Z_{\text{tot}} = R$ (d'après a)

→ circuit équivalent :



En effet, en courant continu, le condensateur se comporte comme une branche bloquante du circuit.