

Q1 a. $|\vec{F}_{\text{grav}}| = G \frac{m_e m_e}{r^2}$ où $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ (MKS)}$
 $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

$r = 1 \text{ m}$

$$= 7 \cdot 10^{-11} \frac{(10^{-30})^2}{1^2} = 7 \cdot 10^{-71} \text{ (MKS)}$$

$|\vec{F}_{\text{elec}}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|e| |e|}{r^2}$ où $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ (MKS)}$

$|e| = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$r = 1 \text{ m}$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{(1.6 \cdot 10^{-19})^2}{1^2}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-38} = 18 \cdot 10^{-29}$$

$$= 1.8 \cdot 10^{-28} \text{ (MKS)}$$

$$\rightarrow \frac{|\vec{F}_{\text{elec}}|}{|\vec{F}_{\text{grav}}|} = \frac{1.8 \cdot 10^{-28}}{7 \cdot 10^{-71}} = \frac{2}{7} \cdot 10^{-28+71}$$

$$= 0.27 \cdot 10^{+43} = 2.7 \cdot 10^{42} \gg 1 \quad !$$

b. Force magnétique par unité de longueur :

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r}$$

ou force de Lorentz : $\vec{F}_{\text{mag}} = q \vec{v} \times \vec{B}$

(Dans tous les cas,
 la force magnétique
 est nulle si les
 électrons sont au repos
 ($v=0$ et $I_1 = I_2 = 0$))

Jun 2019 Exercises

2. $I_{ind} = \int_0^t \sin \omega t$ avec $\int_0^t = AB \omega$ ou $[A] = m^2$
 $[B] = T$
 $[\omega] = \text{rad } s^{-1}$

et $[B] = \frac{[F]}{[I][L]} = N A^{-1} m^{-1}$

$\rightarrow [I_0] = m^2 N A^{-1} m^{-1} \text{ rad } s^{-1} = N \times m A^{-1} s^{-1}$

ou $A = C s^{-1}$

$\rightarrow [I_0] = N \times m C^{-1} / s / s^{-1}$

$= J C^{-1}$

$= V$ eqfd.

ou $\frac{kg m^2}{s^3 A}$

3. $i(t) = i_0 \sin \omega t \rightarrow \hat{i} = \hat{i}_0$

3a.b. $v(t) = v_0 \cos(\omega t + \varphi) = v_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega t + \varphi\right) \rightarrow \hat{v} = v_0 e^{j\varphi + \frac{\pi}{2}}$

dephasage ~~current~~ voltage $\hat{v}$. ^{current} ~~voltage~~ $= \varphi + \frac{\pi}{2}$
 voltage $\hat{v}$. tension $= 0$

3c. $\langle P \rangle = i_{eff} v_{eff} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = i_{eff} v_{eff} \cos \varphi$

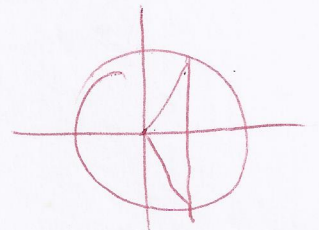
$= \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$

$= 1 W$

$= 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$

$\rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \frac{1}{2}$

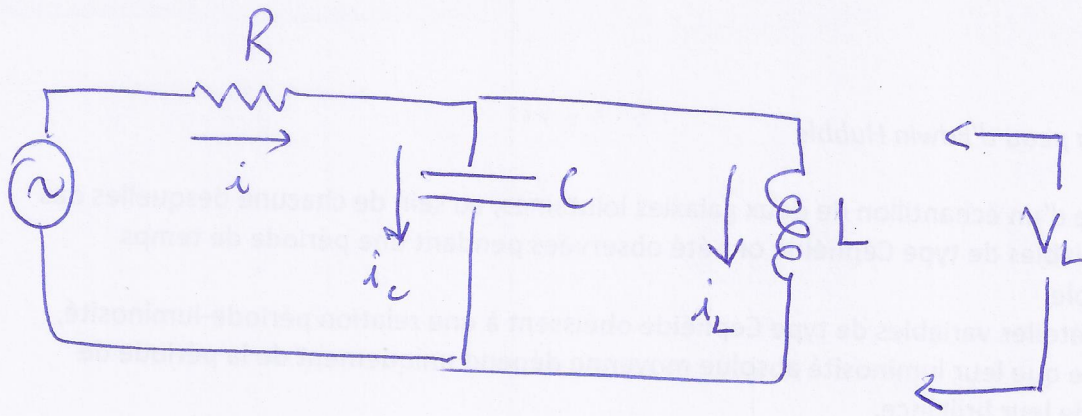
$\rightarrow \frac{\pi}{2} + \varphi = \pm 60^\circ = \pm \frac{\pi}{3}$



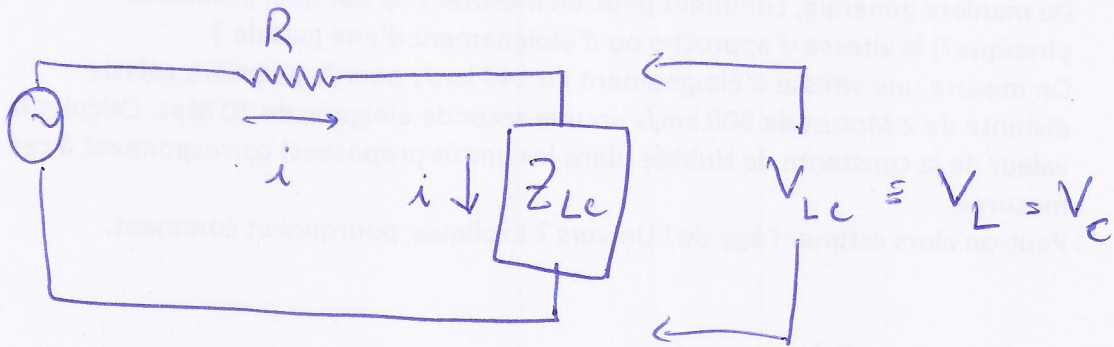
$\rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$
 $\varphi = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = -\frac{5\pi}{6}$

Q4

4.1



est équivalent à



$$Z_{tot} = Z_R + Z_{LC}$$

$$\text{où } \frac{1}{Z_{LC}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L} = j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$$

$$= j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

$$Z_{LC} = \frac{1}{j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)} = \frac{-j}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} = \frac{j}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}$$

$$= j \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

$$\rightarrow Z_{tot} = R + j \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

4.2. $\hat{v}_{LC} = Z_{LC} \hat{i} = Z_{LC} \frac{\hat{v}}{Z_{tot}} = \frac{Z_{LC}}{Z_{tot}} \hat{v}$

$$\hat{v}_{Lc} = \frac{j \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}}{R + j \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}} \hat{v}$$

$$= \frac{j \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}}{R - \omega^2 RLC + j\omega L} \hat{v}$$

$$= \frac{j\omega L}{R - \omega^2 RLC + j\omega L} = \frac{j \frac{\omega L}{R}}{1 - \omega^2 LC + j \frac{\omega L}{R}} \hat{v}$$

Fonction de transfert du filtre :

$$H \equiv \frac{\hat{v}_{Lc}}{\hat{v}} = \frac{j \frac{\omega L}{R}}{1 - \omega^2 LC + j \frac{\omega L}{R}}$$

et maximale lorsque $1 - \omega^2 LC = 0$ soit $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

alors $H_{\max} = 1$ c'ad $\hat{v}_{Lc} = \hat{v}$ et $v_{Lc} = v_0$

4.3 Calculer i_L

$$\hat{i}_L = \frac{\hat{v}_{ce}}{Z_L} = \frac{j \frac{\omega L}{R}}{1 - \omega^2 LC + j \frac{\omega L}{R}} \cdot \frac{1}{j \omega L} \hat{v}$$
$$= \frac{\hat{v}}{R(1 - \omega^2 LC) + j \omega L}$$

Donc $i_L = \frac{v_0}{\left(R^2(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2\right)^{1/2}}$

A la résonance, $1 - \omega^2 LC = 0$ et donc $i_L = i_{max} = \frac{v_0}{\omega L}$

Pont de Wheatstone

1. ? Potentiel au point D si $I_G = 0$: alors $I_1 = I_2$

et donc en vertu de la loi des mailles:

$$(V_A - V_D) + (V_D - V_C) + (V_C - V_A) = 0$$

$$R_1 I_1 + R_2 I_1 - \int_P = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{\int_P}{R_1 + R_2}$$

? Potentiel en B si $I_G = 0$: alors $I_3 = I_x$:

et en vertu de la loi des mailles:

$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_A) = 0$$

$$R_3 I_3 + R_x I_3 - \int_P = 0 \Rightarrow I_3 = \frac{\int_P}{R_3 + R_x}$$

$$\text{Si } V_C = 0, \text{ alors } V_D = R_2 I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \int_P$$

$$V_B = R_x I_3 = \frac{R_x}{R_x + R_3} \int_P$$

2. Si $I_G = 0$, alors $V_D = V_B$ (loi d'Ohm)

$$\text{soit } \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_x}{R_x + R_3}$$

$$\text{soit } 1 + \frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{R_3}{R_x}$$

$$\text{on } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$$

$$\text{on } \boxed{R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3}$$

$$5.2. \quad V_D - V_B \equiv V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \int_P - \frac{R_x}{R_x + R_3} \int_P$$

Non
Comptabilise

$$\frac{R_x}{R_x + R_3} \int_P = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \int_P - V_G$$

$$\frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_x}} \int_P = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \int_P - V_G$$

$$\frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_x}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{V_G}{\int_P}$$

$$1 + \frac{R_3}{R_x} = \frac{1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{V_G}{\int_P}}$$

$$\frac{R_3}{R_x} = \frac{1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{V_G}{\int_P}} - 1$$

$$R_x = \frac{1}{\frac{1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{V_G}{\int_P}} - 1} \times R_3$$

$$R_x = R_3 \frac{1}{\frac{R_2 f_p - V_G (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2) f_p} - 1}$$

$$= R_3 \frac{1}{\frac{(R_1 + R_2) f_p}{R_2 f_p - V_G (R_1 + R_2)} - 1}$$

$$= R_3 \frac{1}{\frac{(R_1 + R_2) f_p - R_2 f_p + V_G (R_1 + R_2)}{R_2 f_p - V_G (R_1 + R_2)}}$$

$$= R_3 \frac{R_2 f_p - V_G (R_1 + R_2)}{R_1 f_p + V_G (R_1 + R_2)} \quad \text{c.q.f.d.}$$

52.b: $I_G = \frac{V_G}{R_G} \ll I_1$ et I_3 or $I_1 = \frac{f_p}{R_1 + R_2} \text{ lorsque } I_G \ll I_1$

$$I_3 = \frac{f_p}{R_x + R_3}$$

donc: $\frac{V_G}{R_G} \ll \frac{f_p}{R_1 + R_2}$ et $\frac{f_p}{R_x + R_3}$

Soit: $R_G \gg \left(\frac{R_1 + R_2}{f_p} \right) \frac{V_G}{f_p}$ et $R_G \gg (R_x + R_3) \frac{V_G}{f_p}$